PART2 x^n の不定積分，不定積分の性質

要点 ① x^n の不定積分

$(x)' =\quad$ ，$\left(\frac{1}{2}x^2\right)' =\quad$ ，$\left(\frac{1}{3}x^3\right)' =\quad$ であるから

$$\int 1dx = \qquad , \int xdx = \qquad , \int x^2\,dx =$$

である。

一般に，n が 0 または正の整数のとき

$$\left(\frac{1}{n+1}x^{n+1}\right)' =$$

であるから，次の公式が成り立つ。

x^n の不定積分

n が 0 または正の整数のとき

$$\int x^n\,dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

例 $\int x^4\,dx = \qquad x \qquad + C = \quad x \quad + C$

要点 ② 不定積分の性質

一般に，不定積分について，次の性質が成り立つ。

不定積分の性質

1 $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx \quad (k \text{ は定数})$

2 $\int \{f(x)+g(x)\}dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

3 $\int \{f(x)-g(x)\}dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$

また，$\int 1dx$ は $\int dx$ と書くことができる。

例 $\int (5x^2-4x+3)dx = \int 5x^2\,dx - \int 4x dx + \int 3 dx$

$= 5\int x^2\,dx - 4\int x dx + 3\int dx$

$= 5\cdot \qquad -4\cdot \qquad +3\cdot \quad + \qquad$ ……(※)

$= \frac{5}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + C$

(※)のように，積分定数は 1 つにまとめて書く。

また，変数が x 以外の関数についても，その不定積分を考えることができる。

例 $\int t dt = \qquad + C$

2 次の不定積分を求めよ。

(1) $\int(3x^2-4x+5)dx$

(2) $\int(4t^2-1)dt$

Point Pickup

不定積分の計算

不定積分の性質

$$\int\{f(x)+g(x)\}dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$$

$$\int\{f(x)-g(x)\}dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$$

を用いて不定積分を分割し

$$\int kf(x)dx=k\int f(x)dx \quad (k \text{ は定数})$$

を用いて，定数を前に出した上で

$$\int x^n dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C \quad (n \text{ は 0 または正の整数。} C \text{ は積分定数})$$

を用いて積分する。積分定数は，1 つにまとめて書く。

第 18 講 PART2 確認問題

次の不定積分を求めよ。

1 $\int(6x^2+4x-3)dx$

$=\boxed{ア}x^3+\boxed{イ}x^2-\boxed{ウ}x+C$ （C は積分定数）

2 $\int(t^2+t+1)dt$

$=\frac{1}{\boxed{エ}}t^3+\frac{1}{\boxed{オ}}t^2+t+C$ （C は積分定数）

PART2 x^n の不定積分，不定積分の性質

2 次の不定積分を求めよ。

(1) $\int (3x^2-4x+5)dx$　　(2) $\int (4t^2-1)dt$

[解答]

(1) $\int (3x^2-4x+5)dx = 3\int x^2dx - 4\int xdx + 5\int dx$

$= 3\cdot\frac{1}{3}x^3 - 4\cdot\frac{1}{2}x^2 + 5\cdot x + C = x^3-2x^2+5x+C$　（C は積分定数）

(2) $\int (4t^2-1)dt = 4\int t^2dt - \int dt = 4\cdot\frac{1}{3}t^3 - t + C = \frac{4}{3}t^3 - t + C$　（C は積分定数）

第18講　PART2 確認問題 解答

1

[正解] ア：2，イ：2，ウ：3

[解説]

$$\int(6x^2+4x-3)dx$$

$$=6\int x^2\,dx+4\int xdx-3\int dx$$ [A]

$$=6\cdot\frac{1}{3}x^3+4\cdot\frac{1}{2}x^2-3\cdot x+C$$ [B]

$$=\boldsymbol{2x^3+2x^2-3x+C}$$ （C は積分定数）

[A]　$\int kf(x)dx=k\int f(x)dx$

（k は定数）

$\int\{f(x)+g(x)\}dx$

$=\int f(x)dx+\int g(x)dx$

$\int\{f(x)-g(x)\}dx$

$=\int f(x)dx-\int g(x)dx$

[B]　$\int x^n\,dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C$

（n は 0 または正の整数，C は積分定数）

2

[正解] エ：3，オ：2

[解説]

$$\int(t^2+t+1)dt$$

$$=\int t^2\,dt+\int tdt+\int dt$$ [C]

$$=\boldsymbol{\frac{1}{3}t^3+\frac{1}{2}t^2+t+C}$$ （C は積分定数）[D]

[C]　$\int\{f(x)+g(x)\}dx$

$=\int f(x)dx+\int g(x)dx$

[D]　$\int x^n\,dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C$

（n は 0 または正の整数，C は積分定数）